Учреждение образования

«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ

УНИВЕРСИТЕТ»

**Лабораторная работа 6. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

Студент: Трошко В.Н.

ФИТ 2 курс 6 группа

Преподаватель: Барковский Е.В.

Минск 2021

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

**Задание для выполнения:**

Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **n+12** | **N+2** | **N+6** | **N+3** | **N+11** | **N+1** | **168+N** |
| 2 | **n+10** | **N** | **N+8** | **N+5** | **N+7** | **N+13** | **113+N** |
| 3 | **n+1** | **N+5** | **N+11** | **N+8** | **N+2** | **N+11** | **150+N** |
| 4 | **N+4** | **N+10** | **N+10** | **N+3** | **N+13** | **N+2** | **159+N** |
| 5 | **N+3** | **N+11** | **N+9** | **N** | **N+10** | **N+4** | **100+N** |
| Потребности | **143+N** | **107+N** | **131+N** | **193+N** | **95+N** | **163+N** |  |

Исходя из номера варианта получается следующая таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| Потребности | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие .Суммарная потребность потребителя 904, а поставщика 750. Разница составляет 154 единиц. Чтоб выполнялось условие введем фиктивного поставщика с запасом 154. Стоимость доставки единицы продукции от данного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| Потребности | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

И теперь условие выполняется и можно рассматривать минимальные элементы тарифа, 0 не берем в расчет!!!

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| Потребности | **155** | **0** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-2 и равен 12, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 2 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 125 единиц продукции. Потребность потребителя 2 составляет 119 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 2 будем доставлять min = {125 , 119 } = 119 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13(155)** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **7** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **171** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12(112)** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| Потребности | **0** | **0** | **143** | **93** | **107** | **175** |  |

Следующий минимальный элемент 12 в ячейках 5-4. От поставщика 5 к потребителю 4 будем доставлять min = { 112 , 205 } = 112 единиц продукции.

Следующий минимальный элемент 13 в ячейках 3-1. От поставщика 3 к потребителю 1 будем доставлять min = {155 , 162 } = 155 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15(5)** | **23** | **13(175)** | **0** |
| 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| 3 | **13(155)** | **17** | **23** | **20** | **14(7)** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22** | **15(88)** | **25** | **14** | **83** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12(112)** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| Потребности | **0** | **0** | **143** | **0** | **100** | **0** |  |

Следующий минимальный элемент 13 в ячейках 1-6. От поставщика 1 к потребителю 6 будем доставлять min = {180 , 175 } = 175 единиц продукции.

Следующий минимальный элемент 14 в ячейках 3-5. От поставщика 3 к потребителю 5 будем доставлять min = {7 , 107 } = 7 единиц продукции.

Следующий минимальный элемент 15 в ячейках 1-4. От поставщика 1 к потребителю 4 будем доставлять min = {5 , 93 } = 5 единиц продукции.

Следующий минимальный элемент 11 в ячейках 4-4. От поставщика 4 к потребителю 4 будем доставлять min = {171 , 88 } =88 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15(5)** | **23** | **13(175)** | **0** |
| 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19(6)** | **25** | **0** |
| 3 | **13(155)** | **17** | **23** | **20** | **14(7)** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22(83)** | **15(88)** | **25** | **14** | **0** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12(112)** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **154** |
| Потребности | **0** | **0** | **60** | **0** | **94** | **0** |  |

Следующий минимальный элемент 19 в ячейках 2-5. От поставщика 2 к потребителю 5 будем доставлять min = {100 , 6 } =6 единиц продукции.

Следующий минимальный элемент 22 в ячейках 4-3. От поставщика 4 к потребителю 3 будем доставлять min = {83, 143 } =83 единиц продукции.

Следующий минимальный элемент 0 в ячейках 6-3. От поставщика 6 к потребителю 3 будем доставлять min = {150, 60 } =60 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | запасы |
| 1 | **24** | **14** | **18** | **15(5)** | **23** | **13(175)** | **0** |
| 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19(6)** | **25** | **0** |
| 3 | **13(155)** | **17** | **23** | **20** | **14(7)** | **23** | **0** |
| 4 | **16** | **22** | **22(83)** | **15(88)** | **25** | **14** | **0** |
| 5 | **15** | **23** | **21** | **12(112)** | **22** | **16** | **0** |
| 6 | **0** | **0** | **0(60)** | **0** | **0(94)** | **0** | **0** |
| Потребности | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

Следующий минимальный элемент 0 в ячейках 6-5. От поставщика 6 к потребителю 5 будем доставлять min = {94, 94} =94 единиц продукции.

Заполненные нами ячейки будем называть базисными, остальные - свободными.

Для решения задачи методом потенциалов, количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) должно равняться m + n - 1, где m - количество строк в таблице, n - количество столбцов в таблице (6+6-1=11). Количество базисных ячеек равно 11, а это значит, что мы нашли начальное решение, то есть истратили все запасы поставщиков и удовлетворили все потребности покупателей.

**S =**15\*5 + 13\*175 + 12\*119 + 19\*6 + 13\*155 + 14\*7 + 22\*83 + 15\*88 + 12\*112 + 0\*60 + 0\*90 = 11 170 ден. ед.

Общие затраты на доставку всей продукции, для начального решения, составляют **11 170** ден. ед. .

*Улучшим наше решение*

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 15; v4 = 15  
u4 + v4 = 15; u4 = 0  
u4 + v3 = 22; v3 = 22  
u6 + v3 = 0; u6 = -22  
u6 + v5 = 0; v5 = 22  
u2 + v5 = 19; u2 = -3  
u2 + v2 = 12; v2 = 15  
u3 + v5 = 14; u3 = -8  
u3 + v1 = 13; v1 = 21  
u5 + v4 = 12; u5 = -3  
u1 + v6 = 13; v6 = 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 | U |
| A 1 | **24** | **14** | **18** | **15(5)** | **23** | **13(175)** | **0** |
| A 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19(6)** | **25** | **-3** |
| A 3 | **13(155)** | **17** | **23** | **20** | **14(7)** | **23** | **-8** |
| A 4 | **16** | **22** | **22(83)** | **15(88)** | **25** | **14** | **0** |
| A 5 | **15** | **23** | **21** | **12(112)** | **22** | **16** | **-3** |
| A 6 | **0** | **0** | **0(60)** | **0** | **0(94)** | **0** | **-22** |
| V | **21** | **15** | **22** | **15** | **22** | **13** | **904** |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;1): 0 + 21 < 24; ∆11 = 0 + 21 - 24 = -3  
**(1;2): 0 + 15 > 14; ∆12 = 0 + 15 - 14 = 1 > 0**  
**(1;3): 0 + 22 > 18; ∆13 = 0 + 22 - 18 = 4 > 0**

(1;4): 0 + 15 =15; ∆14 = 0 + 15 - 15 = 0

(1;5): 0 + 22 < 23; ∆15 = 0 + 22 - 23 = -1

(1;6): 0 + 13 = 13; ∆16 = 0 + 13 - 13 = 0

(2;1): -3 + 21 < 22; ∆21 = -3 + 21 - 22 = -4

(2;2): -3 + 15 = 12; ∆22 = -3 + 15 – 12 = 0

(2;3): -3 + 22 < 20; ∆23 = -3 + 22 - 20 = -1

(2;4): -3 + 15 = 12; ∆24 = -3 + 15 - 12 = 0

(2;5): -3 + 22 = 19; ∆25 = -3 + 22 - 19 = 0

(2;6): -3 + 13 < 25; ∆26 = -3 + 13 - 25 = -15

(3;1): -8 + 21 < 13; ∆31 = -3 + 21 - 22 = -4

(3;2): -8 + 15 = 17; ∆32 = -3 + 15 – 12 = 0

(3;3): -8 + 22 < 23; ∆33 = -3 + 22 - 20 = -1

(3;4): -8 + 15 = 20; ∆34 = -3 + 15 - 12 = 0

(3;5): -8 + 22 = 14; ∆35 = -3 + 22 - 19 = 0

(3;6): -8 + 13 = 13; ∆36 = 0 + 13 - 13 = 0

**(4;1): 0 + 21 > 16; ∆41 = 0 + 21 - 16 = 5 > 0**

(4;2): 0 + 15 < 22; ∆42 = 0 + 15 – 22 = -7

(4;3): 0 + 22 = 22; ∆43 = 0 + 22 - 22 = 0

(4;4): 0 + 15 = 15; ∆44 = 0 + 15 - 15 = 0

(4;5): 0 + 22 < 25; ∆45 = 0 + 22 - 25 = -3

(4;6): 0 + 13 < 14; ∆46 = 0 + 13 - 14 = -1

**(5;1): -3 + 21 > 15; ∆51 = -3 + 21 - 15 = 3 > 0**  
(5;2): -3 + 15 < 23; ∆52 = -3 + 15 – 23 = -10

(5;3): -3 + 22 = 21; ∆53 = -3 + 22 - 21 = -2

(5;4): -3 + 15 = 12; ∆54 = -3 + 15 - 12 = 0

(5;5): -3 + 22 < 22; ∆55 = -3 + 22 - 22 = -3

(5;6): -3 + 13 < 16; ∆56 = -3 + 13 - 16 = -6

max(1,4,5,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 16  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 | U |
| A 1 | **24** | **14** | **18** | **15(5)** | **23** | **13(175)** | **0** |
| A 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19(6)** | **25** | **-3** |
| A 3 | **13(155)** | **17** | **23** | **20** | **14(7)** | **23** | **-8** |
| A 4 | **16** | **22** | **22(83)** | **15(88)** | **25** | **14** | **0** |
| A 5 | **15** | **23** | **21** | **12(112)** | **22** | **16** | **-3** |
| A 6 | **0** | **0** | **0(60)** | **0** | **0(94)** | **0** | **-22** |
| V | **21** | **15** | **22** | **15** | **22** | **13** | **904** |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 79. Прибавляем 79 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 79 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 | U |
| A 1 | **24** | **14** | **18** | **15(5)** | **23** | **13(175)** | **0** |
| A 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19(6)** | **25** | **-3** |
| A 3 | **13(72)** | **17** | **23** | **20** | **14(90)** | **23** | **-8** |
| A 4 | **16(83)** | **22** | **22(0)** | **15(88)** | **25** | **14** | **0** |
| A 5 | **15** | **23** | **21** | **12(112)** | **22** | **16** | **-3** |
| A 6 | **0** | **0** | **0(143)** | **0** | **0(11)** | **0** | **-22** |
| V | **21** | **15** | **22** | **15** | **22** | **13** | **904** |

То есть мы получили новый план

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 15; 0 + v4 = 15; v4 = 15  
u4 + v4 = 15; 15 + u4 = 15; u4 = 0  
u4 + v1 = 16; 0 + v1 = 16; v1 = 16  
u3 + v1 = 13; 16 + u3 = 13; u3 = -3  
u3 + v5 = 14; -3 + v5 = 14; v5 = 17  
u2 + v5 = 19; 17 + u2 = 19; u2 = 2  
u2 + v2 = 12; 8 + v2 = 12; v2 = 4  
u6 + v5 = 0; 17 + u6 = 0; u6 = -17  
u6 + v3 = 0; -17 + v3 = 0; v3 = 17  
u5 + v4 = 12; 15 + u5 = 12; u5 = -3  
u1 + v6 = 13; 0 + v6 = 13; v6 = 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| потребители  Поставщики | B 1 | B 2 | B 3 | B 4 | B 5 | B 6 | U |
| A 1 | **24** | **14** | **18** | **15(5)** | **23** | **13(175)** | **0** |
| A 2 | **22** | **12(119)** | **20** | **17** | **19(6)** | **25** | **2** |
| A 3 | **13(72)** | **17** | **23** | **20** | **14(90)** | **23** | **-3** |
| A 4 | **16(83)** | **22** | **22(0)** | **15(88)** | **25** | **14** | **0** |
| A 5 | **15** | **23** | **21** | **12(112)** | **22** | **16** | **-3** |
| A 6 | **0** | **0** | **0(143)** | **0** | **0(11)** | **0** | **-17** |
| V | **16** | **4** | **17** | **15** | **17** | **13** | **904** |

(1;1): 0 + 16 < 24; ∆11 = 0 + 16 - 24 = -8  
**(1;2): 0 + 4 < 14; ∆12 = 0 + 4 - 14 = -10**   
**(1;3): 0 + 17 < 18; ∆13 = 0 + 17 - 18 = -1**

(1;4): 0 + 15 =15; ∆14 = 0 + 15 - 15 = 0

(1;5): 0 + 17 < 23; ∆15 = 0 + 17 - 23 = -6

(1;6): 0 + 13 = 13; ∆16 = 0 + 13 - 13 = 0

(2;1): 2 + 16 < 22; ∆21 = 2 + 16 - 22 = -4

(2;2): 2 + 4 < 12; ∆22 = 2 + 4 – 12 = -6

(2;3): 2 + 17 < 20; ∆23 = 2 + 17 - 20 = -1

(2;4): 2 + 15 = 17; ∆24 = 2 + 15 - 17 = 0

(2;5): 2 + 17 = 19; ∆25 = 2 + 17 - 19 = 0

(2;6): 2 + 13 < 25; ∆26 = 2 + 13 - 25 = -10

(3;1): -3 + 16 = 13; ∆31 = -3 + 16 - 22 = -9

(3;2): -3 + 4 < 17; ∆32 = -3 + 4 – 17 = -16

(3;3): -3 + 17 < 23; ∆33 = -3 + 17 - 23 = -9

(3;4): -3 + 15 < 20; ∆34 = -3 + 15 - 20 = -8

(3;5): -3 + 17 = 14; ∆35 = -3 + 17 - 14 = 0

(3;6): -3 + 13 < 13; ∆36 = -3 + 13 - 13 = -3

**(4;1): 0 + 16** = **16; ∆41 = 0 + 16 - 16 = 0**

(4;2): 0 + 4 < 22; ∆42 = 0 + 4 – 22 = -18

(4;3): 0 + 17 = 22; ∆43 = 0 + 17 - 22 = -5

(4;4): 0 + 15 = 15; ∆44 = 0 + 15 - 15 = 0

(4;5): 0 + 17 < 25; ∆45 = 0 + 17 - 25 = -8

(4;6): 0 + 13 < 14; ∆46 = 0 + 13 - 14 = -1

**(5;1): -3 + 16 < 15; ∆51 = -3 + 16 - 15 = -2**  
(5;2): -3 + 4 < 23; ∆52 = -3 + 4 – 23 = -24

(5;3): -3 + 17 < 21; ∆53 = -3 + 17 - 21 = -8

(5;4): -3 + 15 = 12; ∆54 = -3 + 15 - 12 = 0

(5;5): -3 + 17 < 22; ∆55 = -3 + 17 - 22 = -8

(5;6): -3 + 13 < 16; ∆56 = -3 + 13 - 16 = -6

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.  
Минимальные затраты составят: F(x) = 15\*5 + 13\*175 + 12\*119 + 19\*6 + 13\*72 + 14\*90 + 16\*83 + 15\*88 + 12\*112 + 0\*143 + 0\*11 = 10080 ден.ед.